Merke: Für zahlreiche Aufgaben können die tabelliert vorliegenden $B_{n;p}$- oder $F_{n;p}$-Werte genutzt werden. Der gedankliche Weg zum Endergebnis muss aber stets erkennbar sein!

Aufgabe 1

Im Folgenden werden stets eine $B_{n;p}$-verteilte Zufallsvariable X sowie zwei Ereignisse E_1 und E_2 bzgl. dieser Verteilung definiert. Bestimme jeweils unter Ausnutzung der Gauß-schen Summenfunktion Φ die Wahrscheinlichkeit für diese beiden Ereignisse!

Aufgabe	**Verteilung**	**Ereignisse E_1 und E_2**
a)	X ist $B_{15.625;0,8}$-verteilt	E_1: $X \leq 12.550$ E_2: $X \geq 12.525$
b)	X ist $B_{25.000;0,36}$-verteilt	E_1: $8.900 \leq X \leq 9.100$ E_2: $7.500 \leq X \leq 8.950$

Aufgabe 2

Löse jeweils die folgende Textaufgabe!

a) Man weiß, dass ein Mensch mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}2$ Linkshänder ist. Berechne die WS dafür, dass sich in einer Menschenmenge von 100 Personen zumindest 17 und maximal 25 Linkshänder befinden!

b) In einer Urne befinden sich acht rote und zwölf blaue Kugeln. Es wird 50-mal in Folge eine Kugel aus der Urne gezogen und anschließend zurückgelegt. Als Erfolg gelte das Ziehen einer roten Kugel. Die Zufallsvariable X zähle die Anzahl der Erfolge.
   - i) Benenne die Art der Verteilung von X!
   - ii) Berechne E(X), V(X) und σ_X!
   - iii) Berechne die WS dafür, dass zumindest 22-mal eine rote Kugel gezogen wird!

c) Eine ideale Münze wird 100-mal geworfen. Als Erfolg gelte dabei die Lage ZAHL. Berechne die WS dafür, dass die Anzahl der Erfolge um nicht mehr als $2 \cdot \sigma_X$ vom Erwartungswert abweicht.

d) Bei der Produktion eines Bauteils unterläuft dem Hersteller durchschnittlich in einem von sechzig Fällen ein Fehler. Berechne die WS dafür, dass unter achtzig Bauteilen dieser Art drei oder mehr fehlerhafte sind!

Aufgabe 3

Sechs ideale Würfel werden geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse!

E_1: alle Augenzahlen sind verschieden

E_2: die Augenzahl 1 kommt genau zweimal vor

E_3: die Augenzahlen 1, 2 und 3 kommen jeweils doppelt vor

E_4: eine Augenzahl kommt dreifach, eine andere doppelt und eine weitere einfach vor

E_5: eine Augenzahl kommt doppelt vor, alle anderen sind verschieden

Aufgabe 4

Vier Dartspieler entscheiden sich unabhängig voneinander für eine von insgesamt vier Zielscheiben, anschließend wirft jeder genau einen Pfeil auf die gewählte Zielscheibe. Dabei treffe ein jeder Spieler die Dartscheibe unabhängig vom anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}8$. Es sei **bedeutungslos**, **wo** die Scheibe getroffen wird! Es können dabei sehr unterschiedliche „Treffmuster" entstehen (vgl. Skizze). Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse!

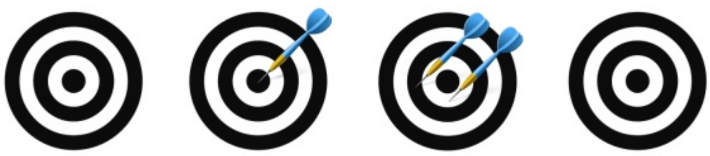
E_1: Auf jeder Zielscheibe findet sich genau ein Treffer.

E_2: Auf genau zwei unterschiedlichen Zielscheiben befindet sich jeweils ein Treffer.

E_3: Auf einer Zielscheibe befinden sich drei Treffer und es gibt keinen weiteren Treffer.

E_4: Auf einer Zielscheibe befinden sich zwei Treffer, auf zwei anderen jeweils ein Treffer.

Skizze



Aufgabe 5

Ein Germanist hat im Rahmen seiner Doktorarbeit eine umfangreiche Statistik zu sämtlichen deutschsprachigen Gedichten (d. G.) erstellt. Dieser Statistik können folgende Fakten entnommen werden:

i) genau 12,5% der d. G. sind der Epoche der Romantik zuzuordnen,
ii) in genau 15% der d. G. kommt das Wort MOND vor,
iii) von den d. G., die **nicht** der Epoche der Romantik zuzuordnen sind, enthalten neun von zehn **nicht** das Wort MOND.

Es gelten die folgenden Ereignis-Bezeichnungen:

M = Gedicht enthält das Wort MOND

R = Gedicht ist der Epoche der ROMANTIK zuzuordnen

Es werde nun als Zufallsexperiment rein zufällig ein d. G. ausgewählt.

a) Entwickele eine vollständige Vierfeldertafel zu dem beschriebenen Zufallsexperiment!

b) Skizziere das zweistufige Baumdiagramm zu dem beschriebenen Zufallsexperiment mit der Ereignisabfolge R $\rightarrow$ M. Gib dabei sämtliche Übergangswahrscheinlichkeiten sowie alle "Schnittwahrscheinlichkeiten" explizit an! Die Ergebnisse aus a) dürfen genutzt werden!

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein d. G., welches das Wort MOND enthält, der Epoche der Romantik zuzuordnen? Notiere die gesuchte Wahrscheinlichkeit unter Rückgriff auf die oben eingeführten Ereignis-Bezeichnungen!
d) Berechne die WS $P_R(M)$ und versprachliche das betreffende Ereignis!
e) Untersuche die beiden Ereignisse M und R auf stochastische Ab- bzw. Unabhängigkeit!

Aufgabe 6

Anna-Lena hat im Mathematik-Unterricht die Gaußsche Summenfunktion Φ kennengelernt und kann damit für sehr große n mühelos diverse Intervall-Wahrscheinlichkeiten berechnen. Sie kann sich auch noch daran erinnern, dass es einführend hieß, dass für solche (großen) n in der Regel nur noch Intervall-WS von Interesse sind. Sie will nun aber doch eine WS für ein konkretes k berechnen – und da sie gerade keine Tabelle der Gaußschen Summenfunktion Φ zur Hand hat, will sie dies mit der **Gauß-Funktion** φ umsetzen.

a) Erläutere **ausführlich**, wie Anna-Lena bei ihrer Problemlösung vorgeht (vgl. dazu die Notizen unten und nutze die angegebenen Zeilenangaben)! Beachte dabei, dass die Ausführungen **nicht ganz fehlerfrei** sind! Korrigiere mögliche Fehler im Rahmen Deiner Erläuterungen!
b) Mit Hilfe der Gaußschen Summenfunktion Φ und dem Tabellenwerk ist die gesuchte WS P(X = 16.250) natürlich leicht zu bestimmen. Löse Anna-Lenas Aufgabenstellung auf diesem Wege und vergleiche das Ergebnis mit der korrigierten Fassung aus Aufgabenteil a)!
c) Der Idee von Anna-Lena folgend, kann man insbesondere einen sehr einfachen Term zur Berechnung der WS P(X = E(X)) herleiten, und zwar für eine **beliebige** Binomialverteilung, die der Bedingung V(X) > 9 genügt. Setze diese Idee konkret um!

Zeile	Ausführungen in Anna-Lenas Heft
1a) 1b)	**Meine Aufgabe:** gegeben: $B_{32.400;0,5}$-Verteilung gesucht: P(X = 16.250)
2)	E(X) = 16.200; V(X) = 8.100 und σ_X = 90
3)	$z = \frac{16.250 + 0{,}5 - 16.200}{90} \approx 0{,}56$
4)	$P(X = 16.250) \approx \varphi(0{,}56) \approx 0{,}341046$