

Merke

Bei allen Aufgaben ist ein rechnerischer Ansatz erforderlich! Konkrete Wahrscheinlichkeiten sind als Dezimalzahlen mit einer Genauigkeit von vier Nachkommastellen anzugeben!

Aufgabe 1 – 22 BE

i) Eine jede der unten abgebildeten Glühlampen (GL) leuchte bei Betätigung eines Schalters unabhängig von der anderen mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,85$ auf. Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis:

E_1 : alle GL leuchten

E_2 : zumindest eine GL leuchtet

E_3 : genau drei GL leuchten

E_4 : genau k GL leuchten (Term in Abhängigkeit von k ; $k = 0, 1, \dots, 6$)

E_5 : leuchtende und nicht-leuchtende GL wechseln sich stets ab

E_6 : GL Nr. 5 ist – von links nach rechts betrachtet – die dritte GL, die leuchtet

ii) Eine jede der unten abgebildeten Glühlampen (GL) leuchte nun bei Betätigung eines Schalters unabhängig von der anderen und mit der gleichen Wahrscheinlichkeit in einer der Farben rot, grün oder blau. Bestimme die Anzahl der unterscheidbaren Farbmuster!

iii) Es gelten die gleichen Gegebenheiten wie unter ii). Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis:

E_1 : alle GL leuchten in der gleichen Farbe

E_2 : drei GL leuchten rot und drei GL leuchten blau

E_3 : je zwei GL leuchten rot, grün und blau

E_4 : zumindest eine der GL leuchtet rot

Skizze zu Aufgabe 1

GL Nr. 1



GL Nr. 2



GL Nr. 3



GL Nr. 4



GL Nr. 5



GL Nr. 6

Aufgabe 2 - 6 BE

a) Wie viele **unterscheidbare „Wörter“** kann man aus den Buchstaben des Wortes TITTISEE durch beliebiges Anordnen der Buchstaben bilden? Wie groß ist die WS, dass ein solches Zufallswort mit einem E beginnt und mit einem E endet?

b) Die Buchstaben des Wortes VESUV liegen in einer Urne, sie werden sukzessive **mit (ohne)** Zurücklegen gezogen. Berechne jeweils die WS dafür, dass das Wort VESUV gezogen wird.

Aufgabe 3 - 8 BE

In einer Urne befinden sich 8 grüne, 6 gelbe und 12 rote Kugeln. Es werden 4 Kugeln in einem Griff aus der Urne gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

E_1 : alle gezogenen Kugeln sind grün

E_2 : es werden eine grüne, eine gelbe Kugel sowie zwei rote Kugeln gezogen

E_3 : alle gezogenen Kugeln haben die gleiche Farbe

E_4 : zumindest eine der gezogenen Kugeln ist grün

Aufgabe 4 - 12 BE

Wir betrachten im Folgenden das fiktive Lottospiel 6 AUS 24. Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis:

E_1 : Ein zufällig abgegebener Tipp umfasst genau 2 Richtige

E_2 : Ein zufällig abgegebener Tipp umfasst genau k Richtige ($k = 0, 1, \dots, 6$; Term in Abhängigkeit von k)

E_3 : Die Zahlen 1 und 24 befinden sich unter den Gewinnzahlen (GZ)

E_4 : Unter den GZ sind drei gerade und drei ungerade Zahlen

E_5 : Die Zahl 18 befindet sich unter den GZ und ist zugleich die größte GZ

Aufgabe 5 - 10 BE

Ein Artikel wird mit der WS $p_1 = 0,4$ von der Maschine Nr. 1 und mit der WS $p_2 = 0,6$ von der Maschine Nr. 2 gefertigt. Die WS, dass ein durch die Maschine Nr. 2 gefertigter Artikel defekt ist, sei **doppelt so hoch** wie im Falle der Maschine Nr. 1. Es werde der Produktion rein zufällig ein Artikel entnommen.

a) Stelle den geschilderten Zufallsprozess in einem geeigneten Baumdiagramm dar!

b) Es sei nun bekannt, dass ein zufällig der Produktion entnommener Artikel mit der WS $p = 0,2$ defekt sei. Berechne daraus die Wahrscheinlichkeit einer Fehlproduktion durch die Maschine Nr. 1 bzw. durch die Maschine Nr. 2!

c) Mit welcher WS ist ein rein zufällig der Produktion entnommener Artikel einwandfrei und zudem von der Maschine Nr. 2 gefertigt worden?

Aufgabe 6 - 6 BE

In einer Urne befinden sich x Kugeln, die ein gewisses Merkmal M tragen, und y Kugeln, die dieses Merkmal M **nicht** tragen; es gelte $x \geq 2$ und $y \geq 2$.

a) Es werde eine Kugel aus der Urne genommen. Gib die WS dafür an, dass diese Kugel das Merkmal M aufweist!

b) Es werden nun zwei Kugeln **ohne Zurücklegen** aus der Urne gezogen. Weise rechnerisch nach, dass die WS dafür, dass die **zweite Kugel** das Merkmal M aufweist, mit der unter a) angegebenen WS übereinstimmt! Vermutlich ist es hilfreich, ein Baumdiagramm zur Problemstellung anzulegen!

Aufgabe 7 – 4 BE

Wie oft muss man eine ideale Münze mindestens werfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von zumindest 99,5% mindestens einmal WAPPEN zu erzielen?

Aufgabe 8 - 4 BE

Überführe den Ausdruck $\binom{n}{3}$, $n \geq 6$, in einen möglichst einfachen Bruch! Insbesondere soll dieser Bruch **keine** Fakultäten enthalten!