

Musterlösung der Klausur

Aufgabe Nr. 1

Teil i)

$$P(E_1) = 0,85^6 \approx 0,3771$$

$$P(E_2) = 1 - 0,15^6 \approx 0,99999$$

$$P(E_3) = \binom{6}{3} \cdot 0,85^3 \cdot 0,15^3 \approx 0,0415$$

$$P(E_4) = \binom{6}{k} \cdot 0,85^k \cdot 0,15^{6-k}$$

$$P(E_5) = 2 \cdot 0,85^3 \cdot 0,15^3 \approx 0,00415$$

$$P(E_6) = \binom{4}{2} \cdot 0,85^2 \cdot 0,15^2 \cdot 0,85 \approx 0,0829$$

Teil ii)

$$k = 3^6 = 729$$

Teil iii)

$$P(E_1) = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \approx 0,00412 \text{ oder } P(E_1) = \frac{3}{3^6} = \frac{1}{243}$$

$$P(E_2) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 \approx 0,02743$$

$$P(E_3) = \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 \approx 0,12345679$$

$$P(E_4) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 \approx 0,9122$$

Aufgabe 2

$$\text{a) } k = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 1680; p = \frac{6!}{3! \cdot 2!} : 1680 = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

$$\text{b) } p_1 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{3125} = 0,00128 \text{ und } p_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{60} = 0,01\bar{6}$$

Aufgabe 3

$$P(E_1) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{26}{4}} \approx 0,00468 \text{ oder auch } P(E_1) = \frac{8}{26} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23} = \frac{7}{1495}$$

$$P(E_2) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{26}{4}} \approx 0,21191$$

$$P(E_2) = \frac{\binom{8}{4} + \binom{6}{4} + \binom{12}{4}}{\binom{26}{4}} \approx 0,038796$$

$$P(E_4) = 1 - \frac{\binom{18}{4}}{\binom{26}{4}} \approx 0,79532$$

Aufgabe 4

$$P(E_1) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{18}{4}}{\binom{24}{6}} \approx 0,34102$$

$$P(E_2) = \frac{\binom{6}{k} \cdot \binom{18}{6-k}}{\binom{24}{6}}$$

$$P(E_3) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{22}{4}}{\binom{24}{6}} \approx 0,05435$$

$$P(E_4) = \frac{\binom{12}{3} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{24}{6}} \approx 0,35959$$

$$P(E_5) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{17}{5}}{\binom{24}{6}} \approx 0,04597$$

Aufgabe 5

a) Es handelt sich um ein **zweistufiges Zufallsexperiment**. Vgl. dazu das Baumdiagramm auf der folgenden Seite!

b) Es gilt:

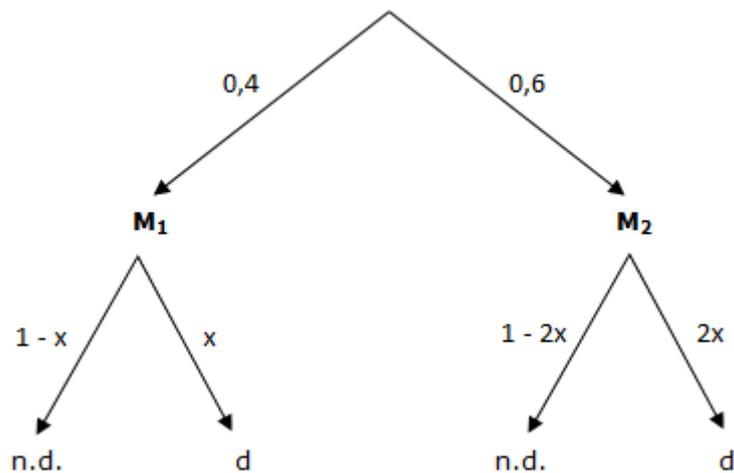
$$0,2 = 0,6 \cdot 2x + 0,4 \cdot x \Leftrightarrow 0,2 = 1,6x \Leftrightarrow x = 0,125$$

$$\text{Es gilt also: } P_{M_1}(d) = 0,125 \text{ und } P_{M_2}(d) = 0,25$$

Dies sind sogenannte **bedingte Wahrscheinlichkeiten**, wir haben diese im Unterricht noch nicht behandelt!

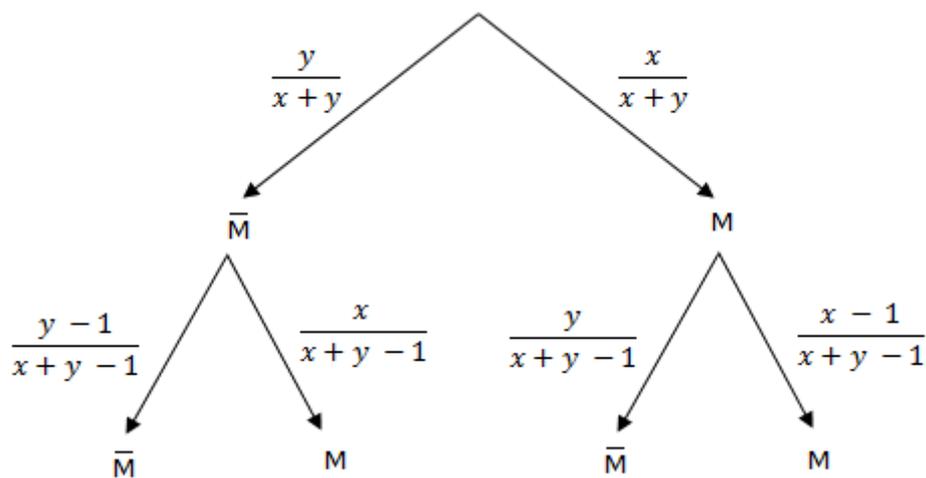
c) $P(M_2 \text{ und n. d.}) = 0,6 \cdot 0,75 = 0,45$

Baumdiagramm zu dem Zufallsexperiment



Aufgabe 6

Baumdiagramm zu der Problemstellung (M = Kugel mit Merkmal)



$$p_1 = \frac{x}{x+y}$$

$$\begin{aligned}
 p_2 &= \frac{x}{x+y} \cdot \frac{x-1}{x+y-1} + \frac{y}{x+y} \cdot \frac{x}{x+y-1} \\
 &= \frac{x(x+y-1)}{(x+y) \cdot (x+y-1)} = \frac{x}{x+y}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 7

$$1 - 0,5^n = 0,995 \Leftrightarrow 0,005 = 0,5^n \Leftrightarrow n = \log_{0,5}(0,005) \Leftrightarrow n \approx 7,64$$

also: $n_{\text{MIN}} = 8$

Aufgabe 8

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)! \cdot 6} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$