Aufgabe 1

Berechne die folgenden Ausdrücke für $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$!

a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $\vec{a} - 2 \cdot \vec{b}$ c) $|\vec{a}| - |\vec{b}|$ d) $|\vec{a} - \vec{b}|$

Aufgabe 2

a) Trage die Punkte A(7/0/5), B(5/4/1) und C(-3/5/6) in ein geeignetes Koordinatensystem ein und verbinde sie zu einem Dreieck! Beachte dabei, dass ein räumlicher Eindruck entsteht!

b) Berechne den Innenwinkel α in dem Dreieck ΔABC und überprüfe, ob der Winkel β ein rechter Winkel ist!

c) Bestimme die Koordinaten des Punktes D so, dass dieser die drei Punkte A, B und C zu einem Parallelogramm (ggf. sogar zu einem Rechteck) ABCD ergänzt! Trage auch den Punkt D und die (noch fehlenden) Viereckseiten in das Koordinatensystem ein!

Aufgabe 3

Gegeben seien die beiden Punkte A(8/5/1) und B(2/8/-5) des R^3.

a) Bestimme den Abstand zwischen den beiden Punkte A und B!

b) Bestimme die Koordinaten des **Punktes F**, der die Strecke $\overline{AB}$ im Verhältnis 1:2 teilt!

c) Bestimme z, $z \in R$, so, dass der Abstand zwischen dem **Punkt B** und S(z/0/3) genau 12 LE beträgt!

d) Beschreibe in wenigen Sätzen, wie Du die Koordinaten eines Punktes C im R^3 bestimmen kannst, der die **Punkte A** und **B** zu einem Dreieck ABC mit dem Höhenfußpunkt **F** (Höhenfußpunkt auf der Seite c) ergänzt! Setze Deine Idee ganz konkret um!

Aufgabe 4

Die MATERIALVORGABE I zeigt das Parallelogramm ABCD, die Punkte E, F und G, diverse Vektorbezeichnungen sowie einige Teilverhältnisse (eines davon ist **variabel** gehalten).

Drücke den Vektor $\vec{d} = \overrightarrow{GC}$ als Linearkombination von $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ aus! Setze **n = 4**, wenn Dir die allgemeine Aufgabenstellung nicht gelingen sollte!

Aufgabe 5

Drücke den Vektor $\vec{c}$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus! Es gelte:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 6

Entscheide jeweils (rechnerisch oder argumentativ), ob die angegebenen Vektoren **linear abhängig oder aber linear unabhängig** sind! Gib ggf. eine Bedingung an!

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ k \end{pmatrix}; \; k \in R$

c) $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ im R^2

d) $\vec{a}$ und $\vec{0}$ im R^3; wobei $\vec{a} \neq \vec{0}$ gilt

Aufgabe 7

Die MATERIALVORGABE II zeigt das Parallelogramm ABCD mitsamt den Punkten E und F sowie den angegebenen Teilverhältnissen. Die Strecken $\overline{EC}$ und $\overline{FB}$ schneiden sich in dem Punkt S. Berechne mit Hilfe der Vektorrechnung, in welchem Verhältnis der Punkt S die Strecken $\overline{EC}$ und $\overline{FB}$ teilt! Beachte die vorgegebenen Vektoren!

Aufgabe 8

Gegeben sei die folgende Vektorgleichung, sie beschreibt eine **Punktmenge im R^3**:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \text{ wobei } \alpha, \beta \in R \text{ gelte.}$$

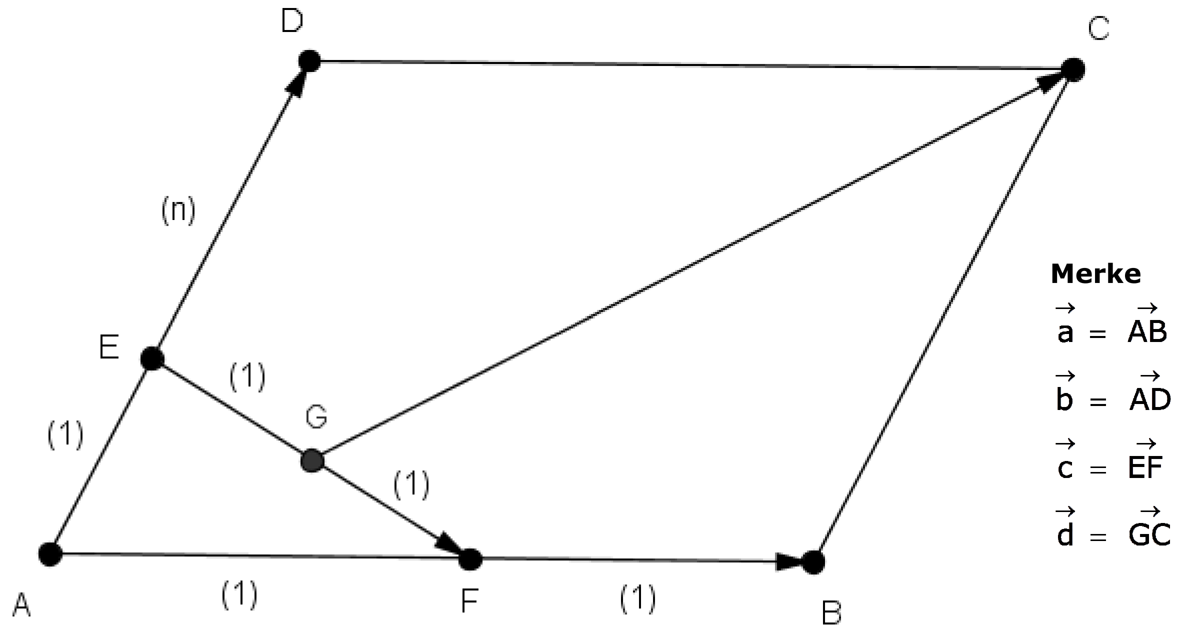
a) Überprüfe, ob der Punkt P(5/-1/5) zu dieser Punktmenge gehört!

b) Welche Punktmenge wird durch die oben angegebene Vektorgleichung beschrieben? Erläutere Deine Aussage hinreichend und stütze Deine Argumentation durch eine geeignete Skizze! Gehe dabei insbesondere auf die Bedeutung der drei Vektoren der obigen Vektorgleichung ein!

Lösungshinweis

Überlege zunächst, welche Punktmenge die Vektorgleichung beschreibt, wenn $\alpha = 0$ oder $\beta = 0$ gilt und der jeweils andere Parameter beliebig gewählt wird!

Materialvorgabe I (Aufgabe Nr. 4)



Materialvorgabe II (Aufgabe Nr. 7)