Aufgabe 1

Gib jeweils die erste Ableitung der Funktion f bzw. der Kurvenschar f_k an! Es müssen dabei keine Vereinfachungen an den entstehenden Termen vorgenommen werden!

a) $f(x) = 2 \cdot (2x^3 - x^2 + x + 1)^4$

b) $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} - 2$

c) $f_k(x) = e^{kx - 1}$; wobei $k \in IR$ gilt.

d) $f(x) = x^4 \cdot \sin(x)$

e) $f(x) = \sqrt{\sin(e^x)}$

f) $f(x) = \cos(u(x)) \cdot e^{-x}$; wobei u eine differenzierbare Funktion ist.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion $f(x) = (x^2 - 3) \cdot e^x$.

a) Fertige eine **verkürzte Kurvendiskussion** zu der Funktion durch! Es darf dabei vorausgesetzt werden, dass sich sämtliche Wendepunktkandidaten als Wendepunkte erweisen (y-Koordinaten mit TR bestimmen)! Die dritte Ableitung muss **nicht** berechnet werden! Auch die **Symmetrie-Betrachtung** darf entfallen!

b) Skizziere f über dem Intervall I = [-5 ; 2] unter Ausnutzung des Aufgabenteils a)!

Die Funktion f gehört zu der Kurvenschar $f_k(x) = (x^2 - k) \cdot e^x$; wobei $k > 0$ gelte.

c) Gib die Nullstellen der Kurvenschar f_k an!

d) Bestimme die **x-Koordinaten möglicher Extrem- und Wendepunkte** von f_k! Es sind also **weder** die y-Koordinaten **noch** eine Überprüfung der Kandidaten mit Hilfe der hinreichenden Bedingung verlangt!

e) Bestimme die Tangentengleichung t_k im Punkt $P(0/f_k(0))$ an f_k!

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x) = e^{-x^2}$ (vgl. dazu die MATERIALVORGABE I).

a) Begründe in aller Kürze die Achsen-Symmetrie und das Grenzwertverhalten von f!

b) Für alle $x > 0$ bestimmen die Punkte A(x/0), B(x/f(x)), C(-x/f(-x)) und D(-x/0) ein Rechteck. Zeichne dieses Rechteck ABCD für x = 0,6 in die Skizze ein!

c) Bestimme auf rechnerischem Wege dasjenige x, für das der Flächeninhalt des soeben definierten Rechtecks maximale Größe annimmt! Die Fläche selbst muss dabei **nicht** angegeben werden. Die Existenz eines solchen Maximums darf vorausgesetzt werden.

Aufgabe 4

Im Unterricht wurden zwei höhere Differentiationsregeln behandelt: die Produkt- und die Kettenregel. Für Quotientenfunktionen, also Funktionen der Art $f(x) = u(x) : v(x)$, gibt es eine weitere höhere Ableitungsregel.

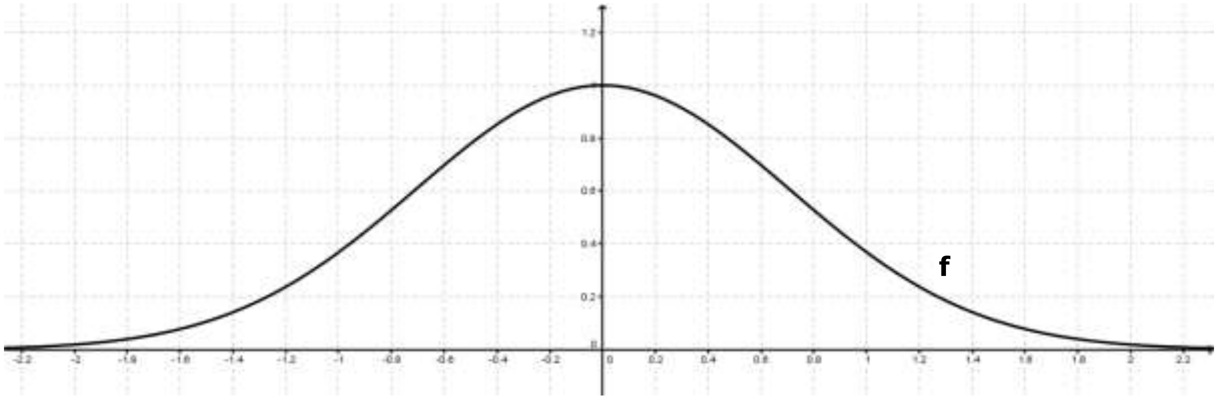
a) Die Funktion $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ gehört zu dem Typus der Quotientenfunktionen. Bestimme auf dem Weg des graphischen Differenzierens **näherungsweise** die Steigung der Tangente an die Funktion f im Punkt P(4/f(4))! Nutze dafür die MATERIALVORGABE II!

b) Bestimme nun mit Hilfe eines geeigneten Differenzenquotienten einen Näherungswert für $f'(4)$! Wähle dabei $h = 0{,}01$!

c) Notiere den **Limesansatz der Differentialrechnung** zur Bestimmung der Ableitung der oben angegebenen Funktion f! Der Ausdruck muss **nicht** weiter vereinfacht werden, es ist auch **kein** konkreter Limes zu bestimmen!

d) Leite unter Rückgriff auf die Produkt- sowie die Kettenregel eine Ableitungsregel für eine Quotientenfunktion der Art $f(x) = u(x) : v(x)$ her!

MATERIALVORGABE I



MATERIALVORGABE II