Mathematik-Klausur Nr. 2 **Jahrgangsstufe E1**

Hinweis:
Bei allen Aufgaben muss ein rechnerischer Ansatz erkennbar sein!

Aufgabe 1
Bestimme jeweils die Lösungsmenge der angegebenen Gleichung! Gib die Ergebnisse zunächst exakt - also etwa als Logarithmus, höhere Wurzel etc. - an, dann auf **vier** Nachkommastellen **gerundet**! Der Rechenweg muss vollständig nachvollziehbar sein!

a) $2 \cdot 4^{x+2} = 3200$

b) $15 \cdot 2^{3x-1} = 600$

c) $2x^5 + 12x^4 = 80x^3$

d) $5 \cdot 3^{2x-2} = 90 \cdot 2^{-x-1}$

e) $\log_6(x^2 - 3) - 2 \cdot \log_6(x + 4) = 1$

f) $\log_3(4x^2) - \log_3(x + 4) - \log_3(x + 1) = \log_3(4)$

g) $8 \cdot \sin(x) = 5;\ x \in [\,0;\ 2\pi\,]$

h) $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = \frac{1}{2};\ \alpha \in [\,0°;\ 360°\,]$

Aufgabe 2
Zum Zeitpunkt t = 8 (gemessen in Stunden) werden in einem Raum 20 mg eines Schadstoffes gemessen, zum Zeitpunkt t = 11 ist der Wert auf 30,4175 mg gestiegen.

a) Stelle eine Funktion f auf, welche die Schadstoffmasse in Abhängigkeit von der verstrichenen Zeit t seit Beobachtungsbeginn (gemessen in Stunden) beschreibt!
b) Wie viele Stunden vergehen, bis die Schadstoffmasse auf 100 mg angewachsen ist?
c) In welchem Zeitraum verdoppelt sich die Schadstoffmenge jeweils? Gib das Ergebnis zunächst als Dezimalzahl in Stunden, dann in der Form h Stunden, m Minuten und s Sekunden an!

Aufgabe 3
Ein radioaktiver Stoff wird über einen langen Zeitraum beobachtet. Zu Beobachtungsbeginn sind genau 20 µg des Stoffes vorhanden, fortan verliert er alle 115 Tage exakt 25% seiner Masse.

a) Stelle eine Funktion f auf, welche die Masse des radioaktiven Stoffes in Abhängigkeit von der verstrichenen Zeit t seit Beobachtungsbeginn (gemessen in Tagen) beschreibt!
b) Welchen Bruchteil seiner Masse verliert der Stoff von Tag zu Tag? Runde sinnvoll!
c) Welche Masse des Stoffes ist nach Ablauf von 450 Tagen vorhanden?
d) Wie viele Tage vergehen, bis nur noch 1 µg des Stoffes vorhanden ist?

Aufgabe 4

Die MATERIALVORGABE I zeigt eine spezielle Art des **Baumes des Pythagoras**. Einem Quadrat wird dabei ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck aufgesetzt, diesem dann auf den beiden Schenkeln wieder zwei Quadrate etc. Auf der Stufe n kommt daher eine gewisse Anzahl an **Quadraten der gleichen Größe** hinzu.

a) Welche Stufe zeigt die MATERIALVORGABE I?

b) Stelle eine Funktion f(n) auf, welche die Anzahl der neuen Quadrate in Abhängigkeit von der Stufe n beschreibt!

c) Auf welcher Stufe kommen erstmals zumindest 1.000.000.000 neue Quadrate hinzu?

☺ d) Wie verhält sich die **Gesamtfläche aller Quadrate**, wenn die Stufe n gegen unendlich strebt? Argumentiere in aller Kürze! Es muss **keine Rechnung** vorgelegt werden!

☺ **Aufgabe 5**

Im Unterricht wurden viele exponentielle Prozesse behandelt. Dabei war der Grenzwert der Funktion stets unendlich (Wachstumsprozess) oder aber null (Zerfallsprozess). In der Realität gibt es viele wachsende oder aber fallende Prozesse, deren Grenzwert eine konkrete Zahl **ungleich null** (oder unendlich) darstellt. Als Beispiel soll der Anteil der Internetnutzer in Deutschland an der Gesamtbevölkerung (gemessen in Prozent) in Abhängigkeit von der Zeit t betrachtet werden (Angabe in Jahren seit 2000). Es stehe also t = 0 für das Jahr 2000. Einer Statistik kann man entnehmen, dass der Anteil der Internetnutzer in Deutschland im Jahre 2000 bei 20% lag, nur fünf Jahre später war der Anteil auf 50% angestiegen.

a) Nutze Dein Wissen zum Aufstellen von Exponentialfunktionen, um eine Funktion f(t) derart zu finden, dass sie durch die Punkte P(0/20) und Q(5/50) geht und zugleich den **Grenzwert 100** hat. **Hinweis:** Mit der Funktion f kann nicht beliebig weit in die Vergangenheit geschaut werden (negative t-Werte), da die Funktionswerte ab einem gewissen t selbst negativ werden, was im Sachkontext nicht sinnvoll ist!

b) Welchen Anteil an Internetnutzern gibt das entwickelte Modell für das Jahr 2003 an?

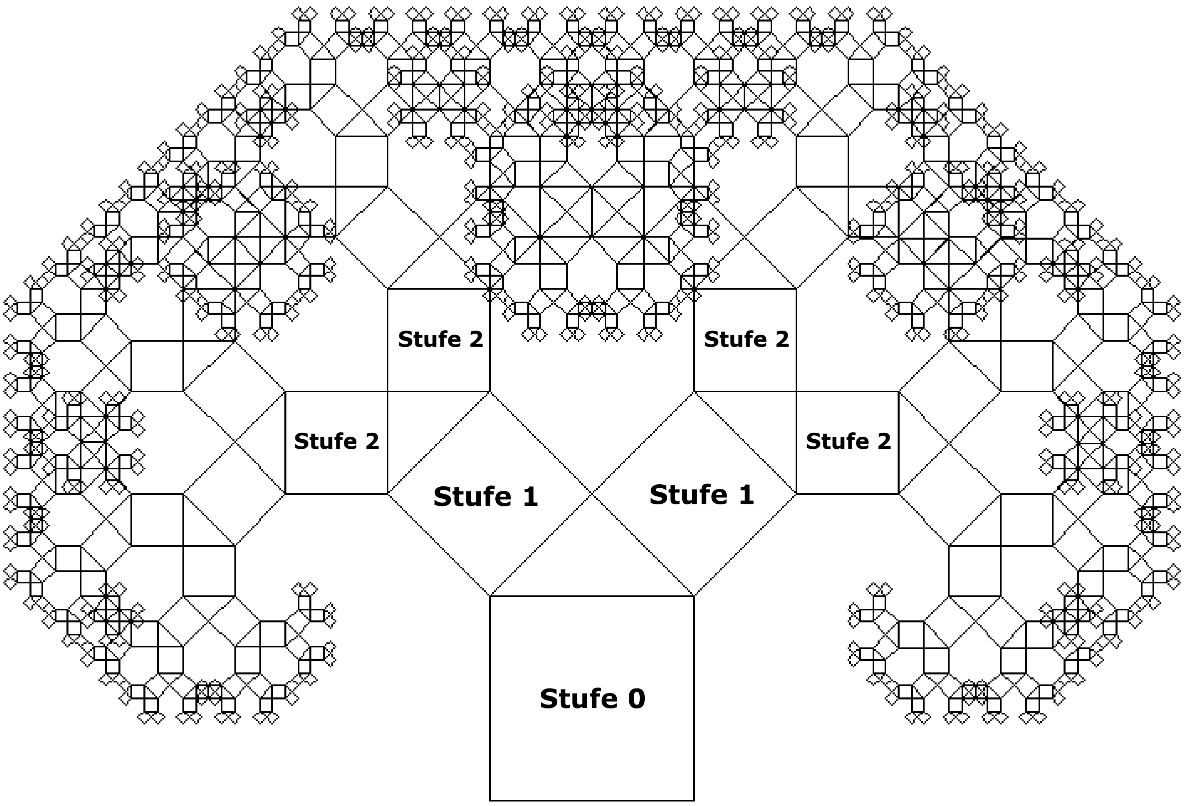
c) Kontrastiere das Ergebnis aus Aufgabenteil b) mit jenem, das sich für ein **lineares Modell** durch P und Q ergibt!

d) Zu welchem Zeitpunkt erreicht der Prozentsatz der Internetnutzer in Deutschland erstmals die 90%-Marke, wenn man dem Modell aus Aufgabenteil a) folgt?

Aufgabe 6

Die MATERIALVORGABE II zeigt eine Funktion der Art f(x) = a · sin[b · (x - c)] + d, also eine allgemeine Sinusfunktion. Bestimme die vier Parameter a, b, c, und d!

Materialvorgabe I



Materialvorgabe II