Musterlösung der Klassenarbeit Nr. 4 (Jgst. 9)

Aufgabe 1

a) $x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{81}$; also: $x_1 = -10$ und $x_2 = 8$

b) $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x\,(x^2 + 3x - 18) = 0$

Fallunterscheidung: $x_1 = 0$; $x_{2/3} = -1{,}5 \pm \sqrt{20{,}25}$; also: $x_2 = -6$ und $x_3 = 3$

c) $(x - 2)^2 - (x - 4)^2 = (x - 3) \cdot (x + 4) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - x^2 + 8x - 16 = x^2 + x - 12$

$\Leftrightarrow\ 4x - 12 = x^2 + x - 12 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 3$

d) $\frac{1}{5}x^8 - 25x^5 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^5\,(x^3 - 125) = 0$

Fallunterscheidung: $x_1 = 0$ und $x_2 = 5$

e) $\frac{4}{x-1} - \frac{8}{x+2} = 2 \Leftrightarrow 4(x+2) - 8(x-1) = 2(x-1)(x+2)$

$4x + 8 - 8x + 8 = 2x^2 + 2x - 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_{1/2} = -1{,}5 \pm \sqrt{12{,}25}$

also: $x_1 = 2$ und $x_2 = -5$

Aufgabe 2

a) $\frac{a^4 \cdot b^{-3} \cdot b^2}{a^{-2} \cdot b^{-2} \cdot a^{-1}} = \frac{a^4 \cdot b^{-1}}{a^{-3} \cdot b^{-2}} = a^7 \cdot b$

b) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2y}{x}\right)^3 : \left(\frac{y}{2x}\right)^{-2} = \left(\frac{y}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{2y}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{y}{2x}\right)^2 = \frac{y^3 \cdot 8y^3 \cdot y^2}{x^3 \cdot x^3 \cdot 4x^2} = \frac{2y^8}{x^8}$

c) $\left(\frac{\sqrt[4]{c}}{\sqrt[5]{c}}\right)^{-10} = \left(\frac{c^{\frac{1}{4}}}{c^{\frac{1}{5}}}\right)^{-10} = \left(c^{\frac{1}{20}}\right)^{-10} = \left(c^{-\frac{10}{20}}\right) = \frac{1}{\sqrt{c}}$

d) $\left(v^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{v}\right)^{-\frac{12}{11}} = \left(v^{-\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{12}{11}} = \left(v^{-\frac{1}{12}}\right)^{-\frac{12}{11}} = \sqrt[11]{v}$

e) $\frac{a^2 \cdot b^6 - a^4 \cdot b^2}{a^6 \cdot b^4} = \frac{a^2 \cdot b^2\,(b^4 - a^2)}{a^6 \cdot b^4} = \frac{b^4 - a^2}{a^4 \cdot b^2}$

Aufgabe 3

Teil a)

$p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6 = -\frac{1}{4}[\,x^2 - 12x + 24\,] = -\frac{1}{4}\,[\,(x - 6)^2 - 12] = -\frac{1}{4}(x - 6)^2 + 3$

S(6/3) ist ein **Hochpunkt** (vgl. dazu den **negativen** Faktor $-\frac{1}{4}$).

Teil b)

$x^2 - 12x + 24 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 6 \pm \sqrt{12}$

Teil c) vgl. Teil d)

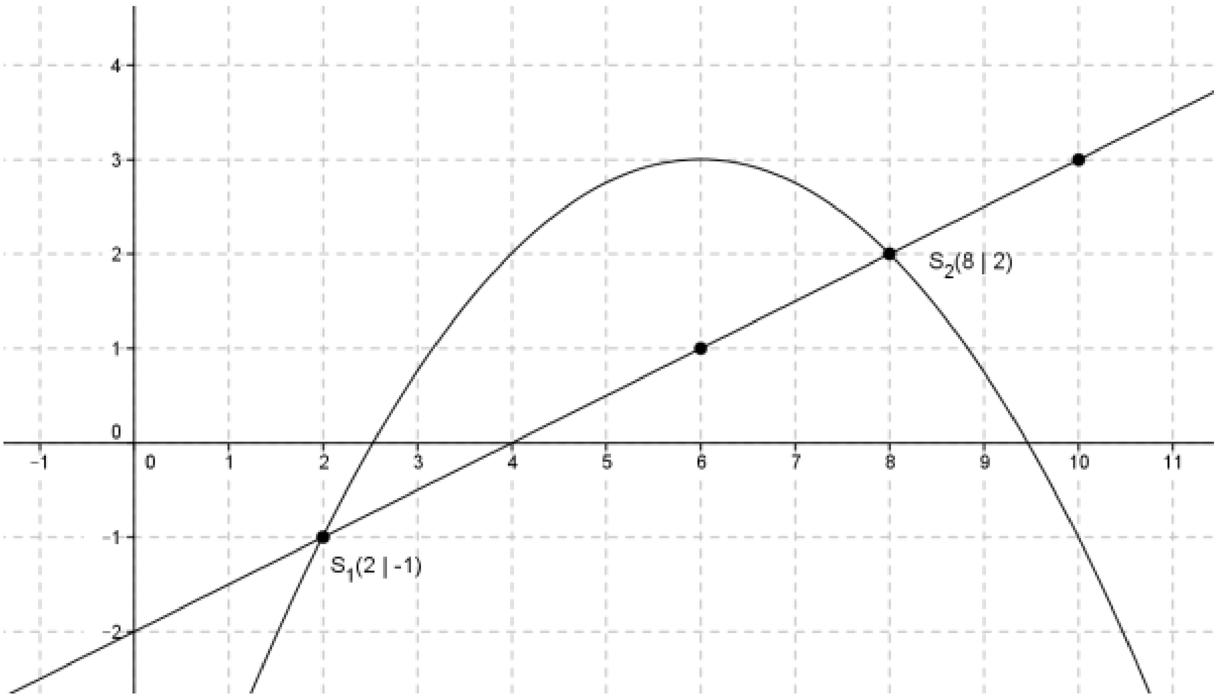
Teil d)

Gegeben sind die Punkte P(6/1) und Q(10/3).

$g(x) = mx + b$

$m = \frac{3-1}{10-6} = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + b$

$g(6) = 1 \Leftrightarrow 1 = 3 + b \Leftrightarrow b = -2 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x - 2$



Teil e)

Ansatz: $g(x) = p(x)$

$\frac{1}{2}x - 2 = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6$

$\frac{1}{4}x^2 - 2{,}5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 5 \pm 3$

somit: $S_1(2/-1)$ und $S_2(8/2)$

Aufgabe 4

Es gilt: CS = Cosinus-Satz; SS = Sinus-Satz und WSS = Winkelsummensatz

a) CS: $a \approx 6{,}05$ cm; SS: $\beta \approx 52{,}92°$; WSS: $\gamma \approx 79{,}08°$

CS: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha) \Leftrightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(48°)}$

SS: $\frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{a} \Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\alpha)}{a}\right)$

b) WSS: $\alpha = 100°$; SS: $b \approx 4{,}57$ cm; SS: $c \approx 6{,}16$ cm

c) SS: $\gamma_1 \approx 69{,}22°$ ($\gamma_2 \approx 110{,}78°$); WSS: $\beta_1 \approx 70{,}78°$ ($\beta_2 \approx 29{,}22°$);

SS: $b_1 \approx 8{,}08$ cm ($b_2 \approx 4{,}18$ cm)

Aufgabe 5

a) $V = 4^3 + 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 8 = 320 \text{ cm}^3$

b) $V = a^3 + 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = 5a^3$

c) $5a^3 = 2560 \Leftrightarrow a^3 = 512 \Leftrightarrow a = 8$ cm