Musterlösung der Klassenarbeit

Aufgabe 1

a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-(-1)}{4-(-4)} = \frac{5}{8}$; also: $f(x) = \frac{5}{8}x + b$

$f(4) = 4$, d. h. $4 = 2{,}5 + b \Leftrightarrow b = 1{,}5$

also: $f(x) = \frac{5}{8}x + 1{,}5$

b) i) $x = 2$, ii) $x_1 = 0$ und $x_2 = -1$ sowie iii) $x_1 = -4$ und $x_2 = 2$

c) i) $7b^2$ und ii) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

d) i) $10x^3y^6z^3$ und ii) $5a^4b^2c$

e) i) $x_1 = -1{,}5$; $x_2 = 1$ und ii) $x = 10$

Aufgabe 2

Aufgabenteile a) und b)

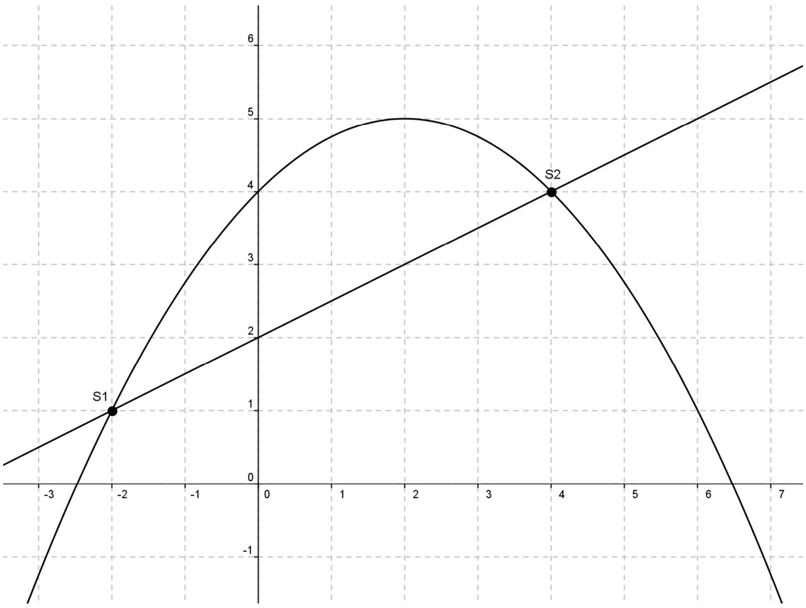
Scheitelpunktsform

$$p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 4 = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x - 16) = -\frac{1}{4}\left[(x-2)^2 - 20\right] = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 5$$

Der Scheitelpunkt S(2/5) ist ein **Hochpunkt** (denn: $-\frac{1}{4} < 0$)!

Nullstellenberechnung

$p(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 16 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{20}$



Teil c)

$$-\frac{1}{4}x^2 + x + 4 = \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 1 \pm 3$$

also: $S_1(-2/1)$ und $S_2(4/4)$

Aufgabe 3

a) Das Dreieck ist nach dem Kongruenzsatz Ssw eindeutig, es gilt:
   $b \approx 4{,}996$ cm; $\alpha \approx 38{,}68°$ und $\beta \approx 51{,}32°$

b) Das Dreieck ist nach dem Kongruenzsatz wsw eindeutig, es gilt:
   $a \approx 3{,}58$; $c \approx 6{,}59$ cm und $\gamma = 61{,}5°$

Aufgabe 4

a) $\sin(\alpha) = \dfrac{GK}{HY} = \dfrac{a}{c}$

b) $\sin(\beta) = \dfrac{GK}{HY} = \dfrac{b}{c}$

c) $\cos(\alpha) = \dfrac{AK}{HY} = \dfrac{b}{c}$

d) $\cos(\beta) = \dfrac{AK}{HY} = \dfrac{a}{c}$

e) $\tan(\alpha) = \dfrac{GK}{AK} = \dfrac{a}{b}$

f) $\tan(\beta) = \dfrac{GK}{AK} = \dfrac{b}{a}$

Aufgabe 5

z. B.

$$\sin(30°) = \frac{5{,}2}{|\overline{BC}|} \Leftrightarrow |\overline{BC}| = 10{,}4$$

SdP: $|\overline{AB}| \approx 9$, also: $x = |\overline{AD}| \approx 4$

SdP: $y \approx 6{,}56$

$\gamma_1 \approx 37{,}57°$

Aufgabe 6

a) $U_{\text{KREIS}} = 2\pi r = 12\pi \approx 37{,}699$

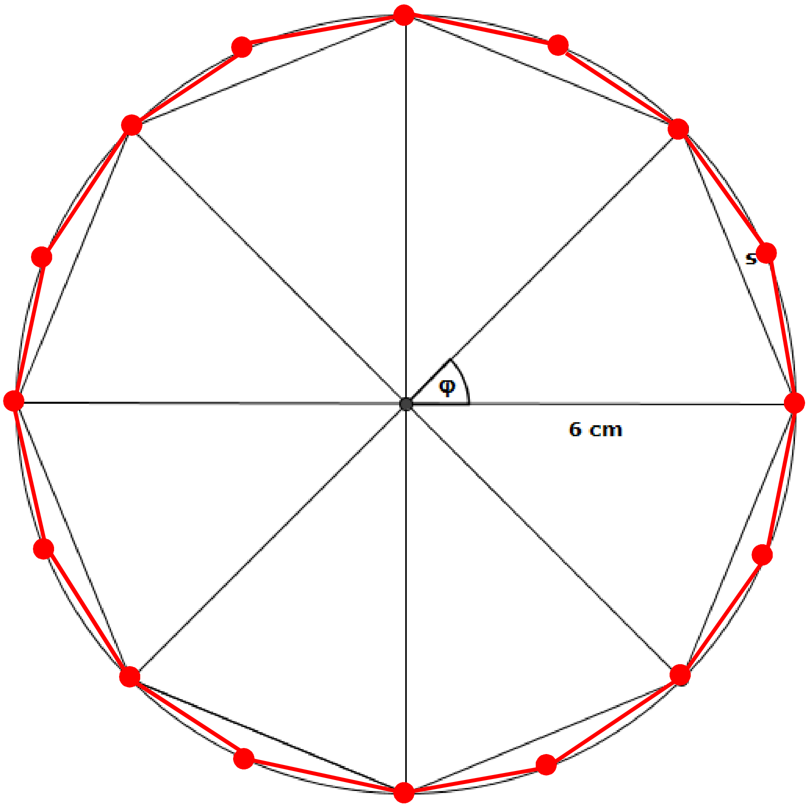
b) Es gilt $\varphi = 45°$, betrachtet man nun eines der acht kongruenten Dreiecke des regulären Achteckes und halbiert dieses, so folgt:

$$\sin(22{,}5°) = \frac{\frac{s}{2}}{6} \Leftrightarrow s = 12 \cdot \sin(22{,}5°) \Leftrightarrow s \approx 4{,}59$$

also: $U_{\text{ACHTECK}} \approx 36{,}74$

c) $p\% = U_{\text{ACHTECK}} : U_{\text{KREIS}} \approx 97{,}46\%$

d) Die Skizze auf der folgenden Seite zeigt die Situation für $n = 16$. Der Umfang des Kreises wird nun bereits sehr gut durch den Umfang des regulären Vielecks angenähert!



e) Man betrachtet zur Lösung zunächst eines der n kongruenten Dreiecke des regulären n-Ecks. Für den Winkel φ gilt dann:

$$\varphi = \frac{360°}{n}$$

Wie unter b) bereits aufgezeigt, kann man s nun mit Hilfe eines solchen Dreiecks bestimmen, dazu halbiert man dieses (Eintragen der Höhe, vgl. Skizze)!

Es gilt: $\sin(\frac{180°}{n}) = \frac{\frac{s}{2}}{6} \Leftrightarrow s = 12 \cdot \sin(\frac{180°}{n})$

Schließlich ergibt sich: $U_{N\text{-}ECK} = n \cdot s = n \cdot 12 \cdot \sin(\frac{180°}{n}) = 12n \cdot \sin(\frac{180°}{n})$