Musterlösung

Aufgabe 1

Im Falle der Aufgaben a) bis c) sind die Brüche bereits vollständig gekürzt, der letzte Bruch wird zu $\frac{3}{11}$ vereinfacht. Es gilt dann:

a) $32 = 2^5$; der Bruch steht für eine abbrechende Dezimalzahl mit fünf NKST, da in der PFZ des Nenners lediglich der PF 2 vorkommt. Ausgerechnet ergibt sich 0,34375.

b) $24 = 2^3 \cdot 3$; der Bruch steht für eine gemischt-periodische Dezimalzahl mit drei Dezimalen vor der Periode, da in der PFZ des Nenners dreimal der PF 2 und einmal der PF 3 vorkommt. Ausgerechnet ergibt sich $0{,}708\overline{3}$.

c) $88 = 2^3 \cdot 11$; der Bruch steht für eine gemischt-periodische Dezimalzahl mit drei Dezimalen vor der Periode, da in der PFZ des Nenners dreimal der PF 2 und einmal der PF 11 vorkommt. Ausgerechnet ergibt sich $0{,}056\overline{81}$.

d) $11 = 11^1$; der Bruch steht für eine rein-periodische Dezimalzahl mit maximal zehn NKST, da in der PFZ des Nenners weder der PF 2 noch der PF 5 vorkommt. Ausgerechnet ergibt sich $0{,}\overline{27}$. Die wahre Periodenlänge ist also lediglich 2.

Aufgabe 2

a) $0{,}2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{4}{5} + \frac{1}{4} = \frac{16}{20} + \frac{5}{20} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20} = 1{,}{,}05$

c) $\frac{2}{5} : 0{,}\overline{3} = \frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1{,}2$

d) $0{,}\overline{18} \cdot \frac{11}{12} = \frac{18}{99} \cdot \frac{11}{12} = \frac{2}{11} \cdot \frac{11}{12} = \frac{1}{6}$

e) $0{,}625 : 0{,}\overline{6} = \frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{16}$

f) $(0{,}25 - 0{,}1\overline{6}) \cdot 0{,}8 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{12} - \frac{2}{12}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

g) 40,4352

h) 1,4152

i) 10,648

Aufgabe 3

Teil a)

$x = 0,\overline{135}$ und somit $1000 \cdot x = 135,\overline{135}$

Subtraktion ergibt dann: $999 \cdot x = 135 \Leftrightarrow x = \frac{135}{999} = \frac{5}{37}$

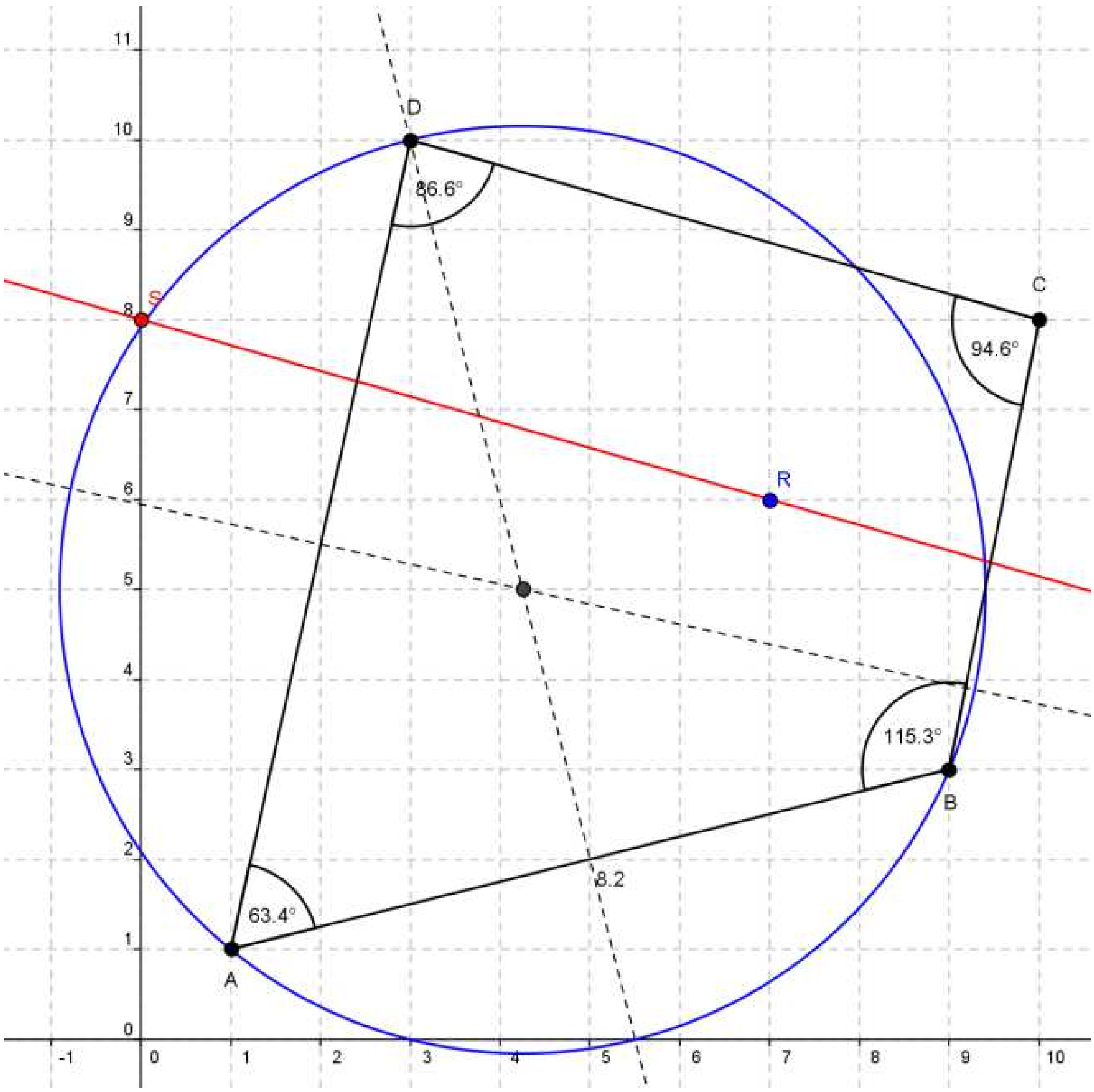
Teil b)

$x = 0,8\overline{6}$ und somit $10 \cdot x = 8,\overline{6}$ sowie $100 \cdot x = 86,\overline{6}$

Subtraktion ergibt dann: $90 \cdot x = 78 \Leftrightarrow x = \frac{78}{90} = \frac{13}{15}$

Aufgabe 4

Sämtliche Lösungen sind der folgenden Skizze zu entnehmen! Der Punkt C liegt nicht auf dem Umkreis des Dreiecks ΔABD. Die Koordinaten des Punktes D müssen D(2/6) lauten, so dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist. Für den Punkt S gilt S(0/8).



Aufgabe 5

a) 360.000 km² sind 360.000.000.000 m² (1 km² = 1 km · 1 km = 1000 m · 1000 m)
also: 360.000.000.000 m² : 80.000.000 = 36.000 m² : 8 = 4500 m²
Für den zweiten Teil der Aufgabe suchen wir also ein x mit der Eigenschaft, dass $x^2 = 4500$ gilt. Dies ist für x = 67 in etwa erfüllt, es gilt $67^2 = 4489$. Da $60^2 = 3600$ und $70^2 = 4900$ ist, kann man auch x = 65 als Lösung vorschlagen. Die gesuchte Seitenlänge beträgt also in etwa 67 m (65 m).

b) 7 Mrd. Menschen füllen insgesamt 7.000.000.000 Liter in den Behälter, dies sind genau 7.000.000.000 dm³. Die Grundfläche des Quaders beträgt 100 dm · 100 dm, also 10.000 dm². Für die Höhe der Wassersäule gilt somit:
h = 7.000.000.000 dm³ : 10.000 dm² = 700.000 dm = 70.000 m = 70 km.

Anmerkung
Wählt man für die Grundfläche des Quaders die Maße 100 m · 100 m, so ändert sich das Ergebnis spürbar, die Wassersäule hat jetzt nur noch eine Höhe von 700 m.

Aufgabe 6

Es gilt $0{,}02 = \frac{1}{50}$, die Zahl n muss also größer als 50 sein, damit der Bruch $\frac{1}{n}$ kleiner als die Dezimalzahl 0,02 wird. Über die PFZ der Zahl n lassen sich nun die drei Lösungen leicht bestimmen, wobei man jeweils die **kleinste** Zahl n mit der geforderten Eigenschaft in der PFZ wählt, um auch tatsächlich den **größten** Bruch der gesuchten Art zu finden.

a) Die PFZ der Zahl n darf weder den PF 2 noch den PF 5 enthalten, dies leistet n = 51.
Der Bruch $\frac{1}{51}$ ist also die Lösung.

b) Die PFZ der Zahl n muss neben dem PF 2 bzw. dem PF 5 einen weiteren PF enthalten, dies leistet $n = 52 = 2^2 \cdot 13$. Der Bruch $\frac{1}{52}$ ist also die Lösung.

c) Die PFZ der Zahl n darf ausschließlich den PF 2 oder aber den PF 5 enthalten, dies leistet $n = 64 = 2^6$. Der Bruch $\frac{1}{64}$ ist also die Lösung.